



ISBN 978 3 901906 78 7

COMMISSION INTERNATIONALE DE L'ECLAIRAGE  
INTERNATIONAL COMMISSION ON ILLUMINATION  
INTERNATIONALE BELEUCHTUNGSKOMMISSION

# TECHNICAL REPORT

## REAPPRAISAL OF COLOUR MATCHING AND GRASSMANN'S LAWS

**CIE 185:2009**

---

UDC: 535.653  
612.843.313.2

Descriptor: Matching methods  
Grassman's laws - Physiology

## THE INTERNATIONAL COMMISSION ON ILLUMINATION

The International Commission on Illumination (CIE) is an organisation devoted to international co-operation and exchange of information among its member countries on all matters relating to the art and science of lighting. Its membership consists of the National Committees in about 40 countries.

The objectives of the CIE are:

1. To provide an international forum for the discussion of all matters relating to the science, technology and art in the fields of light and lighting and for the interchange of information in these fields between countries.
2. To develop basic standards and procedures of metrology in the fields of light and lighting.
3. To provide guidance in the application of principles and procedures in the development of international and national standards in the fields of light and lighting.
4. To prepare and publish standards, reports and other publications concerned with all matters relating to the science, technology and art in the fields of light and lighting.
5. To maintain liaison and technical interaction with other international organisations concerned with matters related to the science, technology, standardisation and art in the fields of light and lighting.

The work of the CIE is carried on by seven Divisions each with about 20 Technical Committees. This work covers subjects ranging from fundamental matters to all types of lighting applications. The standards and technical reports developed by these international Divisions of the CIE are accepted throughout the world.

A plenary session is held every four years at which the work of the Divisions and Technical Committees is reviewed, reported and plans are made for the future. The CIE is recognised as the authority on all aspects of light and lighting. As such it occupies an important position among international organisations.

## LA COMMISSION INTERNATIONALE DE L'ECLAIRAGE

La Commission Internationale de l'Eclairage (CIE) est une organisation qui se donne pour but la coopération internationale et l'échange d'informations entre les Pays membres sur toutes les questions relatives à l'art et à la science de l'éclairage. Elle est composée de Comités Nationaux représentant environ 40 pays.

Les objectifs de la CIE sont :

1. De constituer un centre d'étude international pour toute matière relevant de la science, de la technologie et de l'art de la lumière et de l'éclairage et pour l'échange entre pays d'informations dans ces domaines.
2. D'élaborer des normes et des méthodes de base pour la métrologie dans les domaines de la lumière et de l'éclairage.
3. De donner des directives pour l'application des principes et des méthodes d'élaboration de normes internationales et nationales dans les domaines de la lumière et de l'éclairage.
4. De préparer et publier des normes, rapports et autres textes, concernant toutes matières relatives à la science, la technologie et l'art dans les domaines de la lumière et de l'éclairage.
5. De maintenir une liaison et une collaboration technique avec les autres organisations internationales concernées par des sujets relatifs à la science, la technologie, la normalisation et l'art dans les domaines de la lumière et de l'éclairage.

Les travaux de la CIE sont effectués par 7 Divisions, ayant chacune environ 20 Comités Techniques. Les sujets d'études s'étendent des questions fondamentales, à tous les types d'applications de l'éclairage. Les normes et les rapports techniques élaborés par ces Divisions Internationales de la CIE sont reconnus dans le monde entier.

Tous les quatre ans, une Session plénière passe en revue le travail des Divisions et des Comités Techniques, en fait rapport et établit les projets de travaux pour l'avenir. La CIE est reconnue comme la plus haute autorité en ce qui concerne tous les aspects de la lumière et de l'éclairage. Elle occupe comme telle une position importante parmi les organisations internationales.

## DIE INTERNATIONALE BELEUCHTUNGSKOMMISSION

Die Internationale Beleuchtungskommission (CIE) ist eine Organisation, die sich der internationalen Zusammenarbeit und dem Austausch von Informationen zwischen ihren Mitgliedsländern bezüglich der Kunst und Wissenschaft der Lichttechnik widmet. Die Mitgliedschaft besteht aus den Nationalen Komitees in rund 40 Ländern.

Die Ziele der CIE sind :

1. Ein internationaler Mittelpunkt für Diskussionen aller Fragen auf dem Gebiet der Wissenschaft, Technik und Kunst der Lichttechnik und für den Informationsaustausch auf diesen Gebieten zwischen den einzelnen Ländern zu sein.
2. Grundnormen und Verfahren der Messtechnik auf dem Gebiet der Lichttechnik zu entwickeln.
3. Richtlinien für die Anwendung von Prinzipien und Vorgängen in der Entwicklung internationaler und nationaler Normen auf dem Gebiet der Lichttechnik zu erstellen.
4. Normen, Berichte und andere Publikationen zu erstellen und zu veröffentlichen, die alle Fragen auf dem Gebiet der Wissenschaft, Technik und Kunst der Lichttechnik betreffen.
5. Liaison und technische Zusammenarbeit mit anderen internationalen Organisationen zu unterhalten, die mit Fragen der Wissenschaft, Technik, Normung und Kunst auf dem Gebiet der Lichttechnik zu tun haben.

Die Arbeit der CIE wird in 7 Divisionen, jede mit etwa 20 Technischen Komitees, geleistet. Diese Arbeit betrifft Gebiete mit grundlegendem Inhalt bis zu allen Arten der Lichtanwendung. Die Normen und Technischen Berichte, die von diesen international zusammengesetzten Divisionen ausgearbeitet werden, sind von der ganzen Welt anerkannt.

Alle vier Jahre findet eine Session statt, in der die Arbeiten der Divisionen überprüft, berichtet und neue Pläne für die Zukunft ausgearbeitet werden. Die CIE wird als höchste Autorität für alle Aspekte des Lichtes und der Beleuchtung angesehen. Auf diese Weise unterhält sie eine bedeutende Stellung unter den internationalen Organisationen.

Published by the

COMMISSION INTERNATIONALE DE L'ECLAIRAGE  
CIE Central Bureau  
Kegelgasse 27, A-1030 Vienna, AUSTRIA  
Tel: +43(1)714 31 87 0, Fax: +43(1)714 31 87 18  
e-mail: ciecb@cie.co.at  
WWW: <http://www.cie.co.at/>

© CIE 2009 - All rights reserved



ISBN 978 3 901906 78 7

COMMISSION INTERNATIONALE DE L'ECLAIRAGE  
INTERNATIONAL COMMISSION ON ILLUMINATION  
INTERNATIONALE BELEUCHTUNGSKOMMISSION

# TECHNICAL REPORT

## REAPPRAISAL OF COLOUR MATCHING AND GRASSMANN'S LAWS

**CIE 185:2009**

UDC: 535.653  
612.843.313.2

Descriptor: Matching methods  
Grassman's laws - Physiology

This Technical Report has been prepared by CIE Technical Committee 1-56 of Division 1 "Vision and Colour" and has been approved by the Board of Administration of the Commission Internationale de l'Eclairage for study and application. The document reports on current knowledge and experience within the specific field of light and lighting described, and is intended to be used by the CIE membership and other interested parties. It should be noted, however, that the status of this document is advisory and not mandatory. The latest CIE proceedings or CIE NEWS should be consulted regarding possible subsequent amendments.

Ce rapport technique a été élaboré par le Comité Technique CIE 1-56 de la Division 1 "Vision et Couleur" et a été approuvé par le Bureau de la Commission Internationale de l'Eclairage, pour étude et emploi. Le document expose les connaissances et l'expérience actuelles dans le domaine particulier de la lumière et de l'éclairage décrit ici. Il est destiné à être utilisé par les membres de la CIE et par tous les intéressés. Il faut cependant noter que ce document est indicatif et non obligatoire. Il faut consulter les plus récents comptes rendus de la CIE, ou le CIE NEWS, en ce qui concerne des amendements nouveaux éventuels.

Dieser Technische Bericht ist vom Technischen Komitee CIE 1-56 der Division 1 "Sehen und Farbe" ausgearbeitet und vom Vorstand der Commission Internationale de l'Eclairage gebilligt worden. Das Dokument berichtet über den derzeitigen Stand des Wissens und Erfahrung in dem behandelten Gebiet von Licht und Beleuchtung; es ist zur Verwendung durch CIE-Mitglieder und durch andere Interessierte bestimmt. Es sollte jedoch beachtet werden, dass das Dokument eine Empfehlung und keine Vorschrift ist. Die neuesten CIE-Tagungsberichte oder die CIE NEWS sollten im Hinblick auf mögliche spätere Änderungen zu Rate gezogen werden.

Any mention of organisations or products does not imply endorsement by the CIE. Whilst every care has been taken in the compilation of any lists, up to the time of going to press, these may not be comprehensive.

Toute mention d'organisme ou de produit n'implique pas une préférence de la CIE. Malgré le soin apporté à la compilation de tous les documents jusqu'à la mise sous presse, ce travail ne saurait être exhaustif.

Die Erwähnung von Organisationen oder Erzeugnissen bedeutet keine Billigung durch die CIE. Obgleich große Sorgfalt bei der Erstellung von Verzeichnissen bis zum Zeitpunkt der Drucklegung angewendet wurde, ist es möglich, dass diese nicht vollständig sind.

The following members of TC 1-56 "Improved Colour Matching Functions" took part in the preparation of this Technical Report. The committee comes under Division 1 "Vision and Colour".

Members:

Michael H. Brill	USA (Chair)
Mark D. Fairchild	USA
Hugh S. Fairman	USA
Kevin Houser	USA
Rolf G. Kuehni	USA
Ronnier Luo	Great Britain
Boris Oicherman	Israel
Claudio Oleari	Italy
David Oulton	Great Britain
Danny Rich	USA
Alan Robertson	Canada
Janos Schanda	Hungary
Arthur W. Tarrant	Great Britain
William A. Thornton †	USA
Klara Wenzel	Hungary
Jan Wold	Norway

Advisors:

Andrew Stockman	Great Britain
Francoise Vienot	France

CONTENTS

SUMMARY	V
RESUME	V
ZUSAMMENFASSUNG	VI
1. INTRODUCTION AND BACKGROUND	1
2. SCOPE AND HISTORY OF CIE TC 1-56	2
3. THEORY OF TRANSFORMATION OF PRIMARIES	3
4. STATISTICAL ROBUSTNESS AND THORNTON'S RESULTS	3
5. EXPERIMENTAL STUDIES	5
6. THEORETICAL ALTERNATIVES TO GRASSMANN'S LAWS	6
6.1 General Covering Theories	7
6.2 Maxwell vs. Maximum-Saturation Match: An Illustration of Resolution	7
7. CONSENSUS RECOMMENDATION OF TC 1-56	9
8. REFERENCES	9
APPENDIX A: MAXWELL COLOUR MATCHING TUTORIAL	11

## REAPPRAISAL OF COLOUR MATCHING AND GRASSMANN'S LAWS

### SUMMARY

The laws of additivity and proportionality of colour matches, Grassmann's laws, are the basis of all colour theory, but are not axiomatically true. The extent of departure of human vision from Grassmann's laws has been periodically examined. One exploration, by W. A. Thornton, found considerable failure of transformability of primaries - a symptom of Grassmann additivity failure. In the 14 years since Thornton's finding, several groups have formed to replicate and understand Thornton's results and the limitations of Grassmann's laws. CIE TC 1-56 is the latest of these. During the ten years of this committee's existence, statistical simulations indicated that replicate matches by the same observer (not present in Thornton's data) are required to suppress random errors, and accordingly three laboratories generated intra-observer matching results in three different luminance domains. Two of the studies, respectively conducted at  $300 \text{ cd}\cdot\text{m}^{-2}$  and  $30 \text{ cd}\cdot\text{m}^{-2}$ , confirm Grassmann additivity, but the third study shows failure of additivity at  $3 \text{ cd}\cdot\text{m}^{-2}$ . In addition, Maxwell and maximum-saturation colour matches have long been known to be inconsistent even at high luminance levels and with intra-observer match replication to suppress noise. A practical consequence of the failure of additivity could be problems observed in cross-media colour matching, although cross-media studies also have other well known sources of imprecision when the colour-matching is asymmetric. Some suggestions are made for a covering theory of Grassmann's laws that might accommodate both Maxwell and maximum-saturation match data while still maintaining consistency with high-luminance success in experiments such as reported recently. Further investigations are indicated for a successor to TC 1-56.

## REEXAMEN DES LOIS D'EGALISATION CHROMATIQUE ET DES LOIS DE GRASSMANN

### RESUME

Les principes d'additivité et de transformabilité des égalisations chromatiques ainsi que les lois de Grassmann, sont à la base de toute théorie sur la couleur, mais ne sont pas axiomatiquement vraies. L'importance des écarts de la vision humaine par rapport aux lois de Grassmann a été l'objet d'examen périodiques. Une investigation de W. A. Thornton a mis en évidence les écarts considérables qui se manifestent dans le changement des primaires – un aspect des défauts d'additivité des lois de Grassmann. Durant les 14 ans écoulés depuis les résultats de Thornton, divers groupes se sont constitués pour reproduire et comprendre les résultats de Thornton ainsi que les limites aux lois de Grassmann. Le dernier d'entre eux est le comité CIE TC 1-56. Durant les dix années de l'existence de ce comité, des simulations montrèrent statistiquement que la répétition des égalisations chromatiques par le même observateur (non réalisé pour les données de Thornton) est nécessaire pour éliminer les erreurs aléatoires. Par suite trois laboratoires réalisèrent des égalisations chromatiques intra-observateurs dont les résultats concernent trois différents domaines de luminance. Deux de ces études, respectivement conduites à  $300 \text{ cd}\cdot\text{m}^{-2}$  et  $30 \text{ cd}\cdot\text{m}^{-2}$ , confirment l'additivité de Grassmann, mais la troisième étude montre un défaut d'additivité à  $3 \text{ cd}\cdot\text{m}^{-2}$ . En outre les égalisations chromatiques par la méthode de Maxwell et par celle au maximum de saturation sont, depuis longtemps, connues pour être en désaccord, même à des hauts niveaux de luminance et avec des répétitions d'égalisations intra-observateurs qui éliminent les fluctuations aléatoires. Ce défaut d'additivité peut, en conséquence pratique, être l'origine des problèmes observés dans les égalisations chromatiques entre divers médias, bien que ces études aient aussi des sources bien connues d'imprécision lorsque les égalisations chromatiques sont dissymétriques. Quelques suggestions sont faites pour une théorie explicative des lois de Grassmann qui pourrait englober à la fois les données d'égalisations chromatiques par la méthode de Maxwell avec celles obtenues au maximum de saturation, tout en conservant l'accord avec le résultat probant des expériences à forte luminance, telles que celles récemment obtenues. De nouvelles investigations sont proposées pour un comité qui succéderait au TC 1-56.